

**NUMERICAL STUDY OF DYNAMICS OF MOTION  
OF LIQUID AND HEAT TRANSFER IN A ROTOR-PULSATION  
APPARATUS OF CYLINDRICAL TYPE**

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ  
ЖИДКОСТИ И ТЕПЛОПЕРЕНОСА В РОТОРНО-  
ПУЛЬСАЦИОННОМ АППАРАТЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТИПА**

**Oleksandr Obodovych<sup>1</sup>**

**Vitalii Sydorenko<sup>2</sup>**

DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-588-53-2-55>

**Abstract.** The paper discusses the dynamics of fluid motion and heat transfer in a rotor pulsating apparatus (RPA). General ideas about the principle of discrete-pulse energy input, which is implemented in rotor-pulsating apparatuses, are given. The problem was solved for a cylindrical RPA with one fixed stator and one rotating rotor. The stator and rotor were coaxial shells with holes. The calculation area included sections of the working space, consisting of a stator and a rotor, as well as gaps between them.

When solving the problem, a segment with an opening angle  $\Delta\theta$  was considered. It is included one hole and half of the wall adjacent to it, separating this hole from neighboring ones. The simulation of fluid motion and heat transfer was based on the finite difference method.

The simulation consisted of solving a system of equations of dynamics and energy for a viscous fluid in polar coordinates. An analytical calculation of the temperature change in the RPA in the scheme: tank – inlet pipe – RPA – outlet pipe – tank for viscous liquids are done.

From the heat balance equation, relations are obtained for determining the amount of heat released per unit time inside the gap.

For the selected RPA design and the viscosity of the processed medium obtained experimentally, the values of the temperature increase over time

<sup>1</sup> Doctor of Technical Science, Senior Research Officer, Head Research Officer, Institute of Engineering Thermophysics of National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine

<sup>2</sup> Candidate of Technical Sciences, Senior Research Officer, Institute of Engineering Thermophysics of National Academy of Sciences of Ukraine, Ukraine

were calculated. An expression is derived for a coefficient relating the change in temperature in the tank to the viscosity of the medium.

The fields of overpressure in the working area of the apparatus are presented, obtained by the method of numerical simulation of a fluid flow with a viscosity  $\mu = 1.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  at key points in time. In particular, at the moment of coincidence of the slots of the rotor and the stator, complete mutual overlap of the slots of the stator by the wall of the rotor.

The dynamics in time of the flow rate of fluid flowing through the working area in the radial direction is determined. The dependence of the processed medium on viscosity is presented. A comparison of the calculation results with the experimental result shows their satisfactory agreement. Based on the numerical solution of the energy equation, a study was conducted of the heating of the liquid in the working area of the RPA. The results of calculating the fields of excess temperature during the laminar flow of Newtonian fluids at different points in time allow us to conclude that the most intense heat release due to dissipation occurs when the slots of the stator and rotor overlap.

## 1. Вступление

Принцип дискретно-импульсного ввода и трансформации энергии (ДИВЭ) был впервые предложен в работе [1], как обобщающий метод направленного, локального и интенсивного использования концентрированной энергии в жидкостных дисперсных системах. Физические явления динамики основных элементов ДИВЭ в дальнейшем были теоретически исследованы в [2–4], а технологические и инженерные приложения этого принципа представлены в [5–7] и обобщены в [8; 9].

Идея ДИВЭ состоит в том, чтобы предварительно стационарно введенную и произвольным образом распределенную в рабочем объеме энергию аккумулировать (сконцентрировать) в локальных дискретных точках системы и в дальнейшем импульсно реализовать для достижения необходимых теплофизических эффектов. Цель ДИВЭ состоит в интенсификации тепломассообменных и гидродинамических процессов в технологических средах, а также создании методики их оптимизации и способов управления ими. Наиболее распространенными видами устройств, в которых реализуется метод ДИВЭ, являются роторно-пульсационные аппараты (РПА), которые обычно включают

в себя заключенные в корпусе коаксиально расположенные статор(-ы), и ротор(-ы) в форме оболочек с прорезанными в них прямоугольными отверстиями. Между статором и ротором имеется зазор.

В настоящее время для решения гидродинамических задач используют трёхмерную постановку задачи. Однако сходимость подобных трёхмерных задач очень медленная, а иногда и проблематичная, поскольку для ее решения необходима вычислительная техника, требующая больших ресурсов по быстрдействию и т.д. Вследствие этого предлагается подход к решению задачи динамики жидкости и теплопереноса в РПА, основанный на приближенных двумерных гидродинамических моделях. Для сведения рассматриваемой трехмерной задачи к двумерной, цилиндрические отверстия в роторе и статоре условно заменяются прорезами прямоугольной формы, гидравлический диаметр которых соответствует диаметрам указанных отверстий.

## 2. Постановка задачи динамики жидкости в рабочем пространстве цилиндрического РПА

Решение задачи строится для случая неподвижного статора и вращающегося ротора (рис. 1). Поскольку основными рабочими элементами аппарата являются коаксиальные цилиндрические тела, систему уравнений динамики жидкости и теплопереноса целесообразно представить в полярной системе координат  $(r, \theta)$ , начало которой лежит на общей оси рабочих элементов.

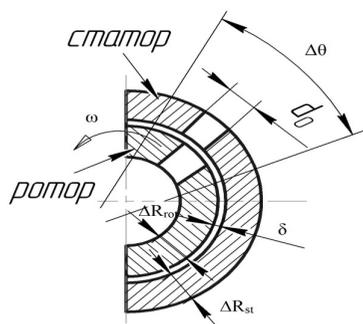


Рис. 1. Расчетная схема рабочего пространства цилиндрического роторно-пульсационного аппарата

Система уравнений динамики и энергии для вязкой жидкости в полярных координатах имеет вид:

$$\frac{\partial(r \cdot v_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r^2)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_r v_\theta)}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu_{\text{эфф}} r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \frac{2\mu_{\text{эфф}}}{r^2} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \mu_{\text{эфф}} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) \right] \right\}; \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_\theta v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta^2}{\partial \theta} + \frac{v_\theta v_r}{r} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \mu_{\text{эфф}} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \mu_{\text{эфф}} \left[ r \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) \right] \right\}; \quad (3)$$

$$C_p \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r T)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_\theta T)}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda_{\text{эфф}} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_{\text{эфф}} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu_{\text{эфф}} S^2, \quad (4)$$

где

$$S = \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right)^2 \right] + \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) \right]^2 \right\}^{0,5}.$$

Уравнение (4) описывает перенос теплоты потоком с учетом диссипации механической энергии за счет трения.

В уравнениях (1) – (4)  $v_r$  – радиальная составляющая скорости;  $v_\theta$  – тангенциальная скорость;  $p$  – давление;  $T$  – температура.

Численное решение системы уравнений (1) – (4) выполняется при следующих граничных условиях. На входе в расчетную область ( $r = r_{\text{вн.рот}} - \Delta r$ ) давление и температура равны нулю; кроме того  $\frac{\Delta v_\theta}{\Delta r} = 0$ . На выходе из расчетной области ( $r = r_{\text{нар.ст}} + \Delta r$ ) задается значение давления  $\Delta P > 0$ , а также  $v_\theta = 0$ ,  $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ . На поверхности статора  $v_r = 0$ ;  $v_\theta = 0$ ; на поверхности ротора  $v_r = 0$ ;  $v_\theta = \omega \cdot r$ . При  $\theta = 0$  и  $\theta = \Delta\theta$  задается условие периодичности всех функций ( $v_r, v_\theta, T$ ) по угловой координате  $\theta$ .

Решение системы уравнений (1) – (4) выполняется для  $0 < \theta < \Delta\theta$  и  $r_{\text{вн.рот}} - \Delta r < r < r_{\text{нар.ст}} + \Delta r$ , где  $\Delta\theta$  – геометрический период рабочих органов аппарата;  $\Delta r = 3$  мм – ширина предвключенного участка (рис. 1).

Расчетная область (рис. 1) включает в себя участки рабочего пространства, состоящие из статора и ротора, а также зазоры между ними. Рабочие элементы представляют собой цилиндрические тела с периодически повторяющимися отверстиями. При решении задачи рассматривается сегмент с углом раскрытия  $\Delta\theta$ , который включает одно отверстие и половину прилегающей к ней стенки, отделяющей данное отверстие от соседних.

При такой постановке задачи рассматривается дисперсионная среда имеющая физические свойства которые соответствуют эффективным свойствам крахмалосодержащей среды. При ламинарном течении ньютоновской жидкости эффективные коэффициенты переноса  $\mu_{\text{эфф}}$  и  $\lambda_{\text{эфф}}$  будут соответствовать ее коэффициентам молекулярной вязкости и молекулярной теплопроводности.

### 3. Результаты численного моделирования динамики жидкости и теплопереноса в роторно-пульсационном аппарате

Результаты численного моделирования гидродинамики и теплопереноса в роторном аппарате получены расчетным методом, предложенным в монографии [10]. В его основу положен метод конечных разностей решения системы уравнений (1) – (4).

### 4. Выделение теплоты в зазоре

Интенсивность выделения тепла в зазоре РПА определяется уравнением

$$Q_{\delta 0} = \mu \left( \frac{v_{\delta}}{\delta} \right)^2 = \mu \left( \frac{\omega R_{r2}}{\delta} \right)^2, \quad (5)$$

где  $v_{\delta}$  тангенциальная скорость в зазоре;  $\delta$  – толщина зазора;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора;  $R_{r2}$  – внешний радиус ротора.

Параметр  $Q_{\delta 0}$  это удельное количество теплоты, выделяемое в единицу времени в зазоре вследствие вязкой диссипации. Количество теплоты, выделяемое в объеме зазора в единицу времени определяется как

$$Q_{\delta} \cdot V_{\delta},$$

где  $V_{\delta}$  – объем жидкости внутри зазора равный  $V_{\delta} = 2\pi R_{r2} \delta h$

Тогда количество теплоты, выделяемое в единицу времени внутри зазора описывается уравнением

$$Q_{\delta} = Q_{\delta 0} V_{\delta} = \mu \frac{2\pi R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta}, \quad (6)$$

Это тепло расходуется на нагревание жидкости, проходящей через каналы ротора и статора, а также на нагревание металлического массива ротора, статора и корпуса РПА. Часть теплоты выделяемой в зазоре, передается через внешнюю поверхность корпуса в окружающую среду.

### 5. Массовый расход жидкости через РПА

Массовый расход жидкости через РПА описывается уравнением

$$G_m = S_0 \sqrt{\frac{\omega^2 (R_{r2}^2 - R_{r1}^2)}{\sum \zeta_e}}, \quad (7)$$

где  $R_{r1}$  и  $R_{r2}$  – внутренний и внешний радиусы ротора;  $\sum \zeta_e$  – сумма коэффициентов гидравлических сопротивлений в линии. Эти сопротивления включают путевые сопротивления каналов ротора и статора –  $\zeta_{rot}$  и  $\zeta_{rot}$ , соответственно, путевые сопротивления трубопроводов, соединяющих РПА с бункером, а также сопротивления, определяющие потери напора перед в входом в канала ротора и на выходе из каналов статора. Однако наибольший вклад в расход жидкости в аппарате вносит сопротивление межцилиндрового зазора  $\zeta_\delta = f(\tau)$ , величина которого периодически меняется с большой частотой в широком интервале в процесс вращения ротора и перекрытии отверстий каналов ротора и статора. Трудность оценки величины расхода заключается в том, что коэффициенты гидравлических сопротивлений, входящих в уравнение, в свою очередь, зависят от величины расхода  $G_m$ .

### 6. Расчет изменения температуры в РПА

Обозначим температуру на входе в каналы ротора  $T_{ax}$ ; температуру на выходе из каналов статора-  $T_{вых}$ ; температуру жидкости в бункере –  $T_b$ ; температуру жидкости на входе в бункер –  $T_1$ ; Начальная температура жидкости и самого аппарата обозначается  $T_0$  и равна температуре окружающего воздуха  $T_a$ . Объем жидкости в бункере –  $V_0$

Масса металлического бункера –  $m_1$ ; масса подводящего трубопровода между выходом из бункера и входом в каналы ротора –  $m_2$ ; массу ротора –  $m_{rot}$ ; массу статора –  $m_{stat}$ ; массу корпуса РПА –  $m_{corp}$ ; массу трубопроводов от выхода из корпуса РПА до входа в бункер –  $m_3$ .

Плотность жидкости –  $\rho$ ; теплоемкость жидкости –  $c_0$ ; теплоемкость металла (стали) –  $c_m$ . Массовый расход жидкости через РПА –  $G_m$ , объемный расход –  $G_V$ .

Жидкость в бункере объемом  $V_0$  в момент времени  $\tau$  имеет температуру  $T_b$ . В единицу времени в бункер поступает количество жидкости  $G_V$  с температурой  $T_1$  и отводится количество жидкости  $G_V$  с температурой  $T_b$ .

Количество тепла, поступающего в бункер в единицу времени равно  $Q_1 = \rho c_0 G_V (T_1 - T_0)$ , количество отводимого тепла –  $Q = \rho c_0 G_V (T_b - T_{0b})$ .

Поскольку  $T_1 > T_b$ , тепло, поступающее в бункер в единицу времени идет на нагревание жидкости в бункере и материала самого бункера

Из уравнения теплового баланса

$$(\rho c_0 V_0 + m_1 c_m) \frac{dT_b}{d\tau} = \rho c_0 G_V (T_1 - T_b), \quad (8)$$

следует, что повышение температуры жидкости в бункере и стенок бункера в единицу времени определяется из условия баланса тепла и описывается уравнением

$$\frac{dT_b}{d\tau} = \frac{\rho c_0 G_V (T_1 - T_b)}{\rho c_0 V_0 + m_1 c_m}, \quad (9)$$

Выходящая из бункера жидкость с температурой  $T_b$  поступает в зазор на выходе из каналов ротора, нагревая по пути подводящий трубопровод и прилегающие к нему металлические конструкции с общей массой  $m_2$ , включая и массу ротора  $m_{rot}$ . При этом температура жидкости на этом участке снижается. За счет подвода тепла более нагретой жидкостью температура на выходе из каналов ротора  $R_{ex}$  повышается в единицу времени на величину  $dT_{ex}$ .

Из уравнения теплового баланса

$$m_2 c_m \frac{dT_{ex}}{d\tau} = \rho c_0 G_V (T_b - T_{ex}), \quad (10)$$

следует, что повышение температуры жидкости в бункере и стенок бункера в единицу времени определяется из условия баланса тепла и описывается уравнением

$$\frac{dT_{ex}}{d\tau} = \frac{\rho c_0 G_V (T_b - T_{ex})}{m_2 c_m}, \quad (11)$$

При переходе через каналы ротора и статора и через зазор жидкость нагревается за счет интенсивной вязкой диссипации в зазоре и повы-

шается до температуры  $T_{\text{вых}}$  на выходе из зазора при входе в каналы статора. Из уравнения теплового баланса следует, что

$$\rho c_0 (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}) = Q_{\delta}, \quad (12)$$

где количество теплоты, выделяемой в единицу времени внутри зазора описывается уравнением

$$Q_{\delta} = \mu \frac{2\pi\omega R_2^3 \omega^2 h}{\delta}, \quad (13)$$

Очевидно, что вследствие поступления на вход каналов ротора жидкости с более высокой температурой, температура жидкости на выходе из каналов статора  $T_{\text{вых}}$  должна в единицу времени также повыситься на некоторую величину  $dT_{\text{вых}}$ .

Будем считать, что выходящая из каналов статора жидкость с температурой  $T_{\text{вых}}$  нагревает массу статора, массу корпуса РПА и массу трубопровода между корпусом РПА и входом в бункер. Общая масса нагреваемых металлических конструкций на этом участке равна  $m_3$ , включая массу статора,  $m_{\text{stat}}$  и массу корпуса  $m_{\text{corp}}$ . На вход бункера жидкость приходит с температурой  $T_1 < T_{\text{вых}}$ . При этом вследствие поступления более нагретой жидкости температура жидкости на входе в бункер в единицу времени возрастает на величину  $dT_1$ .

Из уравнения теплового баланса для этого участка

$$m_3 c_m \frac{dT_1}{d\tau} = \rho c_0 G_V (T_{\text{вых}} - T_1), \quad (14)$$

следует, что повышение температуры жидкости на вход в бункер в единицу времени описывается уравнением

$$\frac{dT_1}{d\tau} = \frac{\rho c_0 G_V (T_{\text{вых}} - T_1)}{m_3 c_m}, \quad (15)$$

Суммируя левые и правые части уравнений (5), (7) и (11), получим

$$(\rho c_0 V_0 + m_1 c_m) \frac{dT_b}{d\tau} + m_2 c_m \frac{dT_{\text{вх}}}{d\tau} + m_3 c_m \frac{dT_1}{d\tau} = \rho c_0 G_V (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}) \quad (16)$$

Из полученного уравнения следует, что теплота, приобретаемая на каждом участке линии РПА в единицу времени в сумме равна количеству теплоты, выделяемому тепловым источником в зазоре вследствие вязкой диссипации. Используя уравнения (9) и (10), уравнение теплового баланса (8) можно представить в виде

$$(\rho c_0 V_0 + m_1 c_m) \frac{dT_b}{d\tau} + m_2 c_m \frac{dT_{ax}}{d\tau} + m_3 c_m \frac{dT_1}{d\tau} = \mu \frac{2\pi\omega R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta}, \quad (17)$$

Далее можно сделать важное допущение, что при работе РПА температура на каждом участке линии возрастает на одинаковую величину, т.е.

$$\frac{dT_b}{d\tau} = \frac{dT_{ax}}{d\tau} = \frac{dT_1}{d\tau}, \quad (18)$$

Подставляя это условие в равенство (2.9), приходим к уравнению

$$(\rho c_0 V_0 + m_1 c_m + m_2 c_m + m_3 c_m) \frac{dT_b}{d\tau} = \mu \frac{2\pi\omega R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta}, \quad (19)$$

из которого следует, что изменение температуры в бункере описывается обыкновенным дифференциальным уравнением вида

$$\frac{dT_b}{d\tau} = \mu \frac{2\pi R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta (\rho c_0 V_0 + m_1 c_m + m_2 c_m + m_3 c_m)}, \quad (20)$$

Т.к. в правой части этого уравнения все параметры кроме вязкости являются постоянными, уравнение можно записать в простом виде

$$\frac{dT_b}{d\tau} = K \cdot \mu(\tau), \quad (21)$$

где константа  $K$  описывается выражением

$$K = \frac{2\pi R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta \cdot [\rho c_0 V_0 + c_m (m_1 + m_2 + m_3)]} = \frac{2\pi R_{r2}^3 \omega^2 h}{\delta \cdot (\rho c_0 V_0 + m_{sum} c_m)}, \quad (22)$$

где  $m_{sum}$  суммарная масса металла в линии РПА.

В знаменателе в скобках содержится все масса составляющих РПА, включая обрабатываемую жидкость, которые нагреваются в процессе обработки.

Легко подсчитать, что при общей массе металла (стали) в линии РПА и количестве жидкости 100 л на нагрев металла затрачивается не более 10% от общих затрат тепла.

Решение уравнения (18), определяющее зависимость температуры в бункере от времени, сводится к виду

$$T_b - T_0 = K \cdot \int_0^{\tau} \mu(\tau) \cdot d\tau, \quad (23)$$

Расчет по формуле (19) дает значение  $K = 4,25 \cdot 10^{-3}$ .

Решение уравнения (20) затрудняется тем обстоятельством, что зависимость вязкости обрабатываемой в РПА смеси нельзя опреде-

лить теоретически путем. Для нахождения этой зависимости следует использовать результаты экспериментального определения вязкости проб обрабатываемой смеси, взятых на различных этапах обработки.

В таблице представлены имеющиеся экспериментальные данные по определению вязкости в различные моменты времени с начала обработки.

Таблица 1

Параметры	Время, сек		
	300	540	840
Вязкость $\alpha$ , Па.с	0,2	1,1	2,7 (2,1)
Расход $G_m$ , кг/с	0,92	0,70	0,33

Поданным этой таблицы зависимость вязкости от времени для исследуемой смеси можно аппроксимировать уравнением

$$\mu(\tau) = \mu_0 + k_\mu \cdot \tau^{2,2}, \quad (24)$$

Здесь  $\alpha_0$  – вязкость в момент времени  $\tau=0$ , которую принимаем равной вязкости воды (0,001 Па.с). Коэффициент  $k_\mu=1.23.106$ .

Подставляя эти значения в уравнение (16) и проводя интегрирование, получим

$$T_b - T_0 = T_0 + K \cdot \int_0^\tau (\mu_0 + k_\mu \tau^{2,2}) \cdot d\tau = K \cdot \int_0^\tau \mu(\tau) \cdot d\tau = K \cdot \tau (\mu_0 + k_\mu \tau^{2,2}), \quad (25)$$

При  $\tau=5$  мин =300 сек температура  $T_b=28,75^\circ\text{C}$

При  $\tau=9$  мин =540 сек температура  $T_b=45,15^\circ\text{C}$

При  $\tau=14$  мин =840 сек температура  $T_b=90,15^\circ\text{C}$

Повышение температуры в жидкости при переходе через зазор можно также оценить на основе анализа экспериментальных данных.

Теплота  $Q_\delta$ , выделяемая в единицу времени в зазоре вследствие эффекта вязкой диссипации оценивается по уравнению (10).

Количество теплоты, получаемое жидкостью при заданном объемном расходе  $G_V$ , определяется в соответствии с уравнением (9)

$$\rho c_0 G_V (T_{\text{вых}} - T_{\text{вх}}) = \rho c_0 \cdot \Delta T_\delta = Q_\delta, \quad (26)$$

Перепад температуры  $\Delta T_\delta$  в определенный момент времени работы РПА определяется по формуле

$$\Delta T_{\delta} = \frac{Q_{\delta}}{\rho c_0 G_V} \quad (27)$$

Следовательно, если для данного момента времени известен расход  $G_V$  и вязкость  $\alpha$ , то можно легко оценить повышение температуры жидкости для данного момента времени. Для расчета воспользуемся данными таблицы 1.

Для тех же значений времени 5, 9 и 14 минут берем экспериментальные значения расхода  $G_V$  и вязкости  $\alpha$ , указанные в таблице 1. Зная вязкость, рассчитываем по формуле (10) для этих моментов времени количество теплоты  $Q_{\delta}$ , а по формуле (19) повышение температуры жидкости в зазоре  $\Delta T_{\delta}$ . Рассчитанные значения содержатся в таблице 2. В этой же таблице содержатся значения температуры жидкости в бункере  $T_b$  для этих моментов времени.

Таблица 2

Параметры	Время, сек		
	300	540	840
Вязкость $\alpha$ Па. с	0,2	1,1	2,1
Расход $G_m$ кг/с	0,92	0,70	0,33
Теплота $Q_{\delta}$ , ккал/с	1,27	7,0	12,72
Прирост темп. $\Delta T_{\delta}$ , °C	1,38	10,0	38,6
Температура, °C	28,75	45,15	90,15

Как видно из таблицы 2, температура в бункере, по расчетным данным, достигает 900С, такое высокое значение объясняется тем, что для расчета используются значения вязкости, полученные экспериментально.

### 7. Поля давления в рабочей зоне РПА

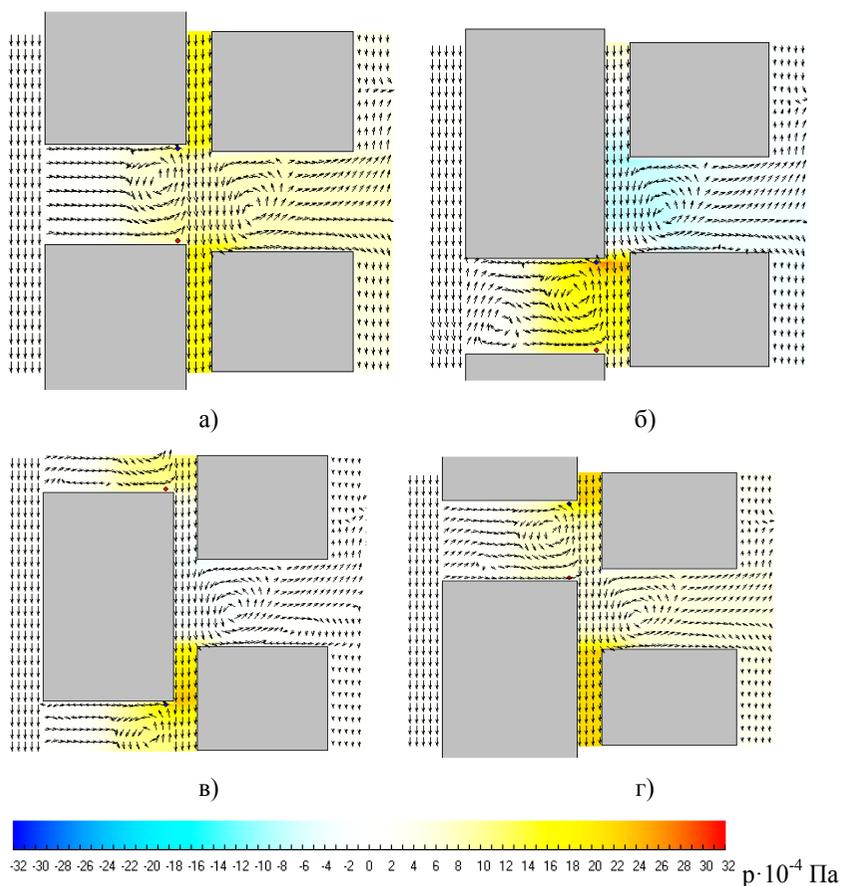
Важнейшей динамической характеристикой потока является поле давления, которое изменяется во времени. Влияющими факторами на процессы деформации и разрушения дисперсных частиц в гетерогенных средах, обрабатываемых в РПА, являются пульсации давления, а также нормального и касательного напряжений, возникающие в потоке при его прохождении через рабочую зону аппарата. Распределение давления по объему рабочей зоны отличается значительной

степенью неравномерности, причем характер его распределения стремительно меняется во времени. Возникающие в потоке градиенты давления способствуют деформации частиц, а его пульсации во времени могут вызвать высокочастотные колебания их оболочек, что приводит к разрыву межфазных границ. Причиной возникновения адиабатического закипания обрабатываемой среды и последующих кавитационных эффектов в рабочей зоне аппарата может быть пульсационный характер изменения давления. Данный факт также способствует разрушению твердых частиц дисперсии.

На рис. 2 представлены поля избыточного давления в рабочей зоне аппарата, полученные методом численного моделирования течения жидкости с вязкостью  $\mu = 1,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$  в различные моменты времени. Поскольку рассматриваемый процесс является периодическим во времени, можно условно считать, что момент совпадения прорезей ротора и статора соответствует моменту времени  $\tau = 0$ . Как показано на рис. 2, а, избыточное положительное давление (до  $+190 \text{ кПа}$ ) наблюдается в зазорах между ротором и статором. По мере постепенного перекрытия стенкой ротора прорези статора (рис. 2, б), у левого внутреннего торца прорези статора давление начинает увеличиваться, а около правой стенки ротора давление падает. При дальнейшем увеличении степени взаимного перекрытия прорезей, давление в потоке около внутренней стенки статора увеличивается (между ротором и статором).

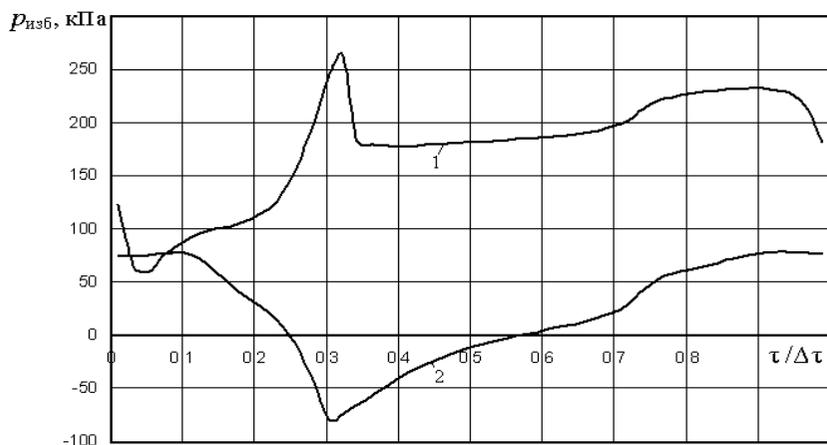
К моменту полного взаимного перекрытия прорезей статора стенкой ротора (рис. 2, в), область положительного давления у левого внутреннего торца прорези статора перемещается вниз по потоку и оказывается между ротором и статором. Наибольшее положительное давление (до  $+260 \text{ кПа}$ ) в этой зоне достигается в зазоре между ротором и статором (рис. 2, г).

Как упоминалось выше, важной динамической характеристикой потока является поле давления, которое, как и поле скоростей, изменяется во времени. Анализ вышеуказанных рисунков показывает, что наиболее высокое давление наблюдается в момент, когда каналы ротора начинают совпадать с каналами статора. В это же время наблюдается область отрицательного давления, которое происходит на входе в прорезь статора. По мере постепенного перекрытия стенками ротора каналов статора поле давления существенно изменяется. Как видно из



**Рис. 2. Поля избыточного давления в рабочей зоне аппарата в различные моменты времени при вязкости обрабатываемой среды  $\mu=1,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$**

рис. 3 в период времени  $\tau=0,3$  когда кромки каналов ротора и статора сближаются, давление повышается до  $+260 \text{ кПа}$ . При этом уменьшается давление около наружной стенки канала ротора, перекрывающей вход в канал статора. В момент  $\tau=0,3$  давление в этой области падает до  $-80 \text{ кПа}$ .



**Рис. 3. Изменение во времени избыточного давления: 1 – на входе в зазор между ротором и статором; 2 – на входе в прорезь статора**

В результате того, что участки минимального и максимального давлений располагаются в непосредственной близости друг к другу, около кромок возникают высокие градиенты давления, а также нормального и касательного напряжений, которые способны вызывать деформации и разрушения твердых частиц дисперсии. С увеличением перепада давления  $\Delta P$  абсолютные значения максимумов давления вблизи кромок возрастают. Следует также отметить, что подъем давления около кромок, а также его спад, происходят за достаточно короткие промежутки времени. Таким образом, процесс изменения давления имеет характер кратковременных пульсаций.

Из представленных результатов следует, давление жидкости в РПА изменяется наиболее интенсивно в зазорах между ротором и статором. Значительные перепады давления в зазорах можно объяснить тем, что основным физико-химическим свойством жидкости является ее высокая вязкость.

### **8. Расход и скорость гетерогенной жидкости, протекающей через рабочую зону аппарата**

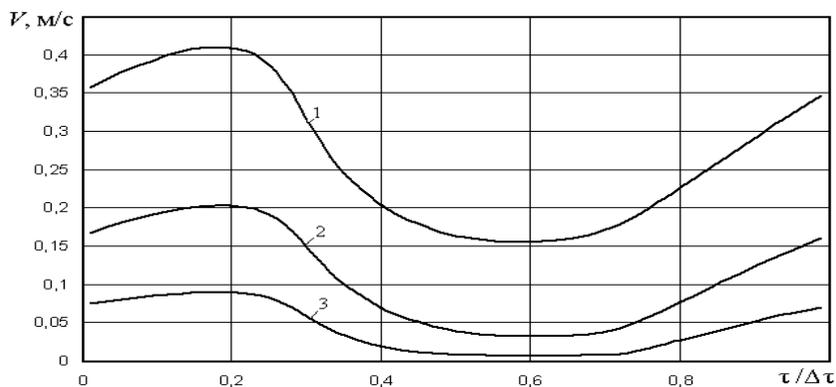
Аппараты роторного типа относятся к устройствам периодического действия. Геометрическая периодичность конструкций рабочих

элементов аппарата предопределяет периодичность изменения во времени динамических характеристик течения жидкости через рабочую зону. Другими словами, при установившемся режиме работы аппарата картина течения жидкости повторяется после очередного поворота ротора на периодический угол  $\Delta\theta$ . Указанным периодом времени будет интервал  $\Delta t$ . Учитывая вышесказанное, будем в дальнейшем рассматривать результаты расчета характеристик работы аппарата на указанном интервале времени  $0 < \tau < \Delta T$ .

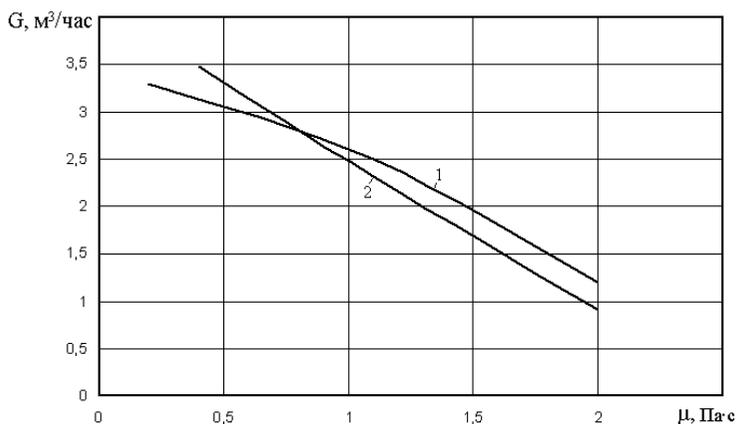
Одним из важных показателей работы РПА является расход жидкости, протекающий через рабочую зону в радиальном направлении.

Расход жидкости в радиальном направлении пропорционален величине средней скорости радиального течения. На рис. 4. представлены изменения во времени средней скорости обрабатываемой среды во входном сечении рабочей зоны за один период при разных значениях вязкости. Отношения  $\tau/\Delta t=0$  и  $\tau/\Delta t=1$  соответствуют моментам совпадения осей прорезей ротора и статора. Как видно с графика, кривые  $V(\tau)$  на протяжении периода  $\Delta t$  имеют как минимумы, так и максимумы. Максимум скорости соответствует значению времени  $\tau/\Delta t=0,2$ . В этот момент имеет место смещение оси отверстия ротора относительно оси отверстия статора на некоторый угол  $\Delta\theta>0$ , то есть после совмещения осей ротора и статора. Минимум же скорости наблюдается несколько позже полного взаимного перекрытия отверстий ротора и статора ( $\tau/\Delta t=0,6$ ). Характер повышения скорости от ее минимального значения до максимального более плавный, чем характер убывания от максимального значения до минимального. При этом интервал времени, соответствующий убыванию скорости, составляет около 0,4 от длительности всего периода  $\Delta t$ . Из представленного рис. 4 также видно, что за один период значения скорости  $V(\tau)$  уменьшаются с увеличением вязкости среды  $\mu$ , что является результатом роста сопротивления трения потоку жидкости в отверстиях.

На рис. 5 представлена зависимость расхода обрабатываемой среды от вязкости. Как видно с графика, сопоставление результатов расчета (кривая 2) с результатом эксперимента (кривая 1) показывают их удовлетворительное согласование. При этом для  $\mu>0,8$  Па·с расход среды, полученный расчетным путем, оказывается ниже, чем найденный из эксперимента, а при  $\mu<0,7$  Па·с – выше.



**Рис. 4.** Изменение во времени среднемассовой радиальной скорости обрабатываемой среды во входном сечении рабочей зоны за один период: 1 –  $\mu=0,2$  Па · с; 2 –  $\mu=1,1$  Па · с; 3 –  $\mu=2,0$  Па · с



**Рис. 5.** Зависимость расхода обрабатываемой среды от вязкости: 1 – эксперимент; 2 – расчет

### **9. Влияния вязкости обрабатываемой среды на степень ее разогрева и на уровень диссипативного тепловыделения в рабочем объеме**

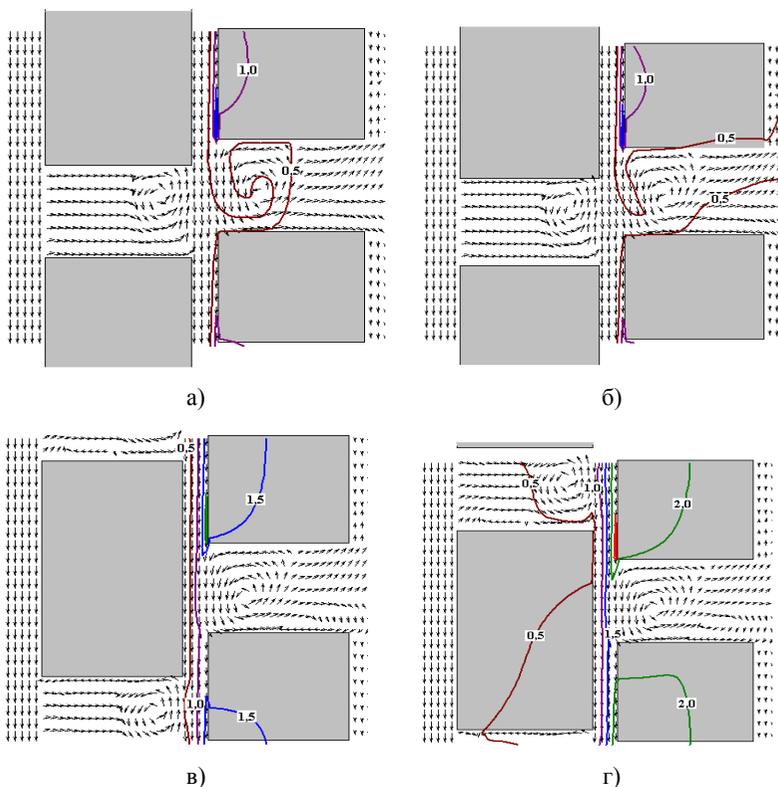
Течение жидкости через рабочую зону РПА сопровождается ее нагревом. Нагрев жидкости в аппарате является следствием диссипации механической энергии в тепловую. Изучению этого вопроса посвящен ряд научных публикаций, где при расчете степени нагрева жидкости в межцилиндровых зазорах использовалось предположение о линейности функции распределения окружной скорости в зазоре. При этом пространство аппарата, в котором рассматривались диссипативные явления, фактически ограничивалось областями зазоров. Полученные в данных работах теоретические результаты оказались близки к результатам экспериментальных исследований, хотя очевидно, что более достоверные результаты были бы получены при рассмотрении диссипации механической энергии во всем рабочем пространстве РПА, включающем радиальные прорезы ротора и статора аппарата.

Исследование нагрева жидкости в рабочей зоне РПА выполняется на основе численного решения уравнения энергии (4). Функция распределения температуры жидкости по рабочему объему РПА является периодической по угловой координате. Температура жидкости  $T_0$  на выходе в рабочую зону считается заданной, а на выходе из рабочей зоны радиальная производная от температуры принимается равной нулю.

Результаты расчета полей избыточной температуры ( $T - T_0$ ) при ламинарном течении ньютоновских жидкостей в различные моменты времени при вязкости обрабатываемой среды  $\mu=1,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$  представлены на рис.2.8. Как видно из представленных рисунков, жидкость существенно всего нагревается в зазорах между ротором и статором (рис. 6, а, б). Наиболее интенсивное тепловыделение за счет диссипации происходит при взаимном перекрытии прорезей статора и ротора (рис.6 в, г). Избыточная температура у кромки статора на данном временном интервале увеличивается до  $2,0 \dots 2,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

### **10. Выводы**

Таким образом, в результате численного исследования динамики жидкости в роторно-пульсационном аппарате:



**Рис. 6. Поля избыточной температуры в рабочей зоне аппарата в различные моменты времени при вязкости обрабатываемой среды  $\mu=1,1 \text{ Па} \cdot \text{с}$**

Установлено значительное увеличение давления в зазорах относительно давления на входе в рабочую зону аппарата, которое связано с высокой вязкостью обрабатываемой среды.

Найдены зависимости от вязкости среднemasсовой скорости потока, а также мощности источников диссипативного тепловыделения в обрабатываемой среде.

Исследованы поля избыточной температуры в рабочей зоне аппарата в различные моменты времени.

**Список литературы:**

1. Долінський А.А. Принцип дискретно-імпульсного введення енергії та його використання в технологічних процесах. *Вісник АН УРСР*. 1984. № 1. С. 39–46.
2. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Теоретическое обоснование принципа дискретно-импульсного ввода энергии. I. Модель динамики одиночного парового пузырька. *Пром. теплотехника*. 1995. Т. 17. № 5. С. 3–28.
3. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Теоретическое обоснование принципа дискретно-импульсного ввода энергии. II. Исследование поведения ансамбля паровых пузырьков. *Пром. теплотехника*. 1996. Т. 18. №1. С. 3–20.
4. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Принципы разработки новых энерго-ресурсосберегающих технологий и оборудования на основе методов дискретно-импульсного ввода энергии. *Пром. теплотехника*. 1997. Т. 19. № 4-5. С. 13–25.
5. Долинский А.А., Басок Б.И., Гулый И.С., Накорчевский А.И., Шурчкова Ю.А. Дискретно-импульсный ввод энергии в технологиях. Киев : ИТТФ НАНУ, 1996. 208 с.
6. Долинский А.А., Иваницкий Г.К. Тепломассообмен и гидродинамика в парожидкостных дисперсных средах Теплофизические основы дискретно-импульсного ввода энергии. Київ : Наукова думка, 2008. 381 с.
7. Долинский А.А. Использование принципа дискретно-импульсного ввода энергии для создания эффективных энергосберегающих технологий. *ИФЖ*. 1996. Т. 69. № 6. С. 35–43.
8. Басок Б.И., Гартвиг А.П., Коба А.Р. Оборудование для получения и обработки высоковязких дисперсных сред. *Пром. теплотехника*. 1996. № 1. С. 50–56.
9. Накорчевский А.И., Басок Б.И., Рыжкова Т.С. Гидродинамика роторно-пульсационных аппаратов. *ИФЖ*. 2002. Т. 75. № 2. С. 58–68.
10. Басок Б.И., Давыденко Б.В., Авраменко А.А., Пироженко И.А. Гидродинамика, теплообмен и эффекты дробления во вращательно пульсирующих потоках. Київ : Наукове видання, 2012. 296 с.

**References:**

1. Dolinskyj, A. A. (1984). Prynypc dyskretno-impul'snogho vvedennja enerhiji ta jogho vykorystannja v tekhnologichnykh procesakh [The principle of discrete-pulse energy input and its use in technological processes]. *Visnyk AN URSS*, no. 1, pp. 39–46.
2. Dolinskiy, A. A., & Ivanitskiy, G. K. (1995). Teoreticheskoe obosnovanie printsipa dyskretno-impul'snogo vvoda energii. I. Model' dinamiki odinochnogo parovogo puzyr'ka [Theoretical basis of the principle of discrete-pulse energy input. I. Dynamics model of a single vapor bubble]. *Promyshlennaya teplotekhnika*, no. 17(5), pp. 3–28.
3. Dolinskiy, A. A., & Ivanitskiy, G. K. (1996). Teoreticheskoe obosnovanie printsipa dyskretno-impul'snogo vvoda energii. II. Issledovanie povedeniya ansam-

blya parovykh puzyr'kov [Theoretical basis of the principle of discrete-pulse energy input. II. Study of the behavior of the ensemble of vapor bubbles]. *Promyshlennaya teplotekhnika*, no. 18(1), pp. 3–20.

4. Dolinskiy, A. A., & Ivanitskiy, G. K. (1997). Printsipy razrabotki novykh energo- resursoberegayushchikh tekhnologiy i oborudovaniya na osnove metodov diskretno-impul'snogo vvoda energii [Principles for the development of new energy saving technologies and equipment based on discrete-pulse energy input methods]. *Promyshlennaya teplotekhnika*, no. 19(4-5), pp. 13–25.

5. Dolinskiy, A. A., Basok, B. I., Gulyy, I. S., Nakorchevskiy, A. I., & Shurchkova, Yu. A. (1996). Diskretno-impul'snyy vvod energii v tekhnologiyakh [Discrete-pulse energy input in technology]. Kiev: ITTF NANU. (in Russian)

6. Dolinskiy, A. A., & Ivanitskiy, G. K. (2008). Teplomassoobmen i gidrodinamika v parozhidkostnykh dispersnykh seredakh Teplofizicheskie osnovy diskretno-impul'snogo vvoda energii [Heat and mass transfer and hydrodynamics in vapor-liquid dispersed media. Thermophysical principles of discrete-pulse energy input]. Kyiv: Naukova dumka. (in Russian)

7. Dolinskiy, A. A. (1996). Ispol'zovanie printsipa diskretno-impul'snogo vvoda energii dlya sozdaniya effektivnykh energosberegayushchikh tekhnologiy [Using the principle of discrete-pulse input of energy to create effective energy saving technologies]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, no. 69(6), pp. 35–43.

8. Basok, B. I., Gartvig, A. P., & Koba, A. R. (1996). Oborudovanie dlya polucheniya i obrabotki vysokovyazkikh dispersnykh sred [Equipment for obtaining and processing highly viscous dispersed media]. *Promyshlennaya teplotekhnika*, no. 1, pp. 50–56.

9. Nakorchevskiy, A. I., Basok, B. I., & Ryzhkova, T. S. (2002). Gidrodinamika rotorno-pul'satsionnykh apparatov [Hydrodynamics of rotor-pulsating apparatus]. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, no. 75(2), pp. 58–68.

10. Basok, B. I., Davydenko, B. V., Avramenko, A. A., & Pirozhenko, I. A. (2012). Gidrodinamika, teploobmen i efekty drobleniya vo vrashchatel'no pul'siruyushchikh potokakh [Hydrodynamics, heat transfer and crushing effects in rotationally pulsating flows]. Kyiv: Naukove vydannia. (in Russian)