# SECTION 2. CURRENT ISSUES OF PHYSICS AND ASTRONOMY

DOI https://doi.org/10.30525/978-9934-26-338-5-2

## ANALYTICAL SIMULATION OF UNSTEADY HEAT EXCHANGE IN THE INSTANT TRANSITION TO FILM BOILING

## АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕПЛООБМІНУ ПРИ МИТТЄВОМУ ПЕРЕХОДІ ДО ПЛІВКОВОГО КИПІННЯ

**Dmitrenko N. P.**
*Candidate of Sciences (Technical),*
*Senior Researcher*
*Institute of Engineering Thermophysics*
*National Academy of Sciences,*
*Kyiv, Ukraine*

**Дмитренко Н. П.**
*кандидат технічних наук,*
*старший науковий співробітник*
*Інститут технічної теплофізики*
*Національної академії наук*
*України*
*м. Київ, Україна*

Кипіння є одним з основних фізичних процесів, що протікають в теплообмінному обладнанні, призначеному для різних цілей. Проблема зняття великих теплових навантажень від нагрітої поверхні актуальна для атомної енергетики, хімічної промисловості, металургії, електроніки та багатьох інших галузей, де відбувається інтенсивне тепловиділення.

У даній роботі розглядається теплообмін при миттєвому переході до плівкового кипіння (аналог вибухового кипіння) в паровій плівці. Такий різкий перехід відбувається для надлишкових температур, типових для режиму плівкового кипіння на кривій Нукіями, лише з однією, але важливою відмінністю: ці надлишкові температури різко накладаються на рідину, що знаходиться поруч із нагрітою стінкою або нагрітим тілом. З математичної точки зору, зміна надлишкової температури в часі поводиться як ступінчаста функція. Рідина переходить у режим вибухового кипіння практично миттєво, протягом кількох мілісекунд [1].

Інтерес до проблеми вибухового кипіння рідин пов'язаний з розробкою різних типів нагрівачів, наприклад мікромеханічних пристроїв, робочий процес яких відбувається при дуже великих теплових потоках [2]. Ефекти вибухового кипіння також спостерігаються в паперовій промисловості, кріогеніці та лазерних технологіях. Плівкові режими кипіння з різким вибуховим кипінням практично неминучі, а саме в процесах гартування, в металургії [3].

У деяких випадках надзвичайно важко провести точні експериментальні дослідження, пов’язані з фазовими переходами, а саме, коли процес відбувається в дуже малому часовому діапазоні.

З розвитком комп’ютерного моделювання аналітичному моделюванню потоку рідини та параметрів теплообміну при спонтанному переході до плівкового кипіння приділяється мало уваги.

Метою даного дослідження є аналітичне дослідження теплообміну та течії рідини при миттєвому переході до режиму плівкового кипіння з урахуванням нестаціонарного перебігу такого процесу. Буде використано аналітичний підхід на основі груп симетрій Лі та методу Хевісайда:

Задача розглядається в двовимірній нестаціонарній постановці, і зосереджена на проблемі конвективної теплопередачі між шаром (тобто плівкою) пари і вертикальною пласкою стінкою, коли тепловий потік раптово подається на стінку. Щільність теплового потоку вища за щільність критичного теплового потоку. Робимо припущення, що парова плівка виникає миттєво, і такий ефект опишемо математично ступінчастою функцією (функція Хевісайда). В даній математичній постановці гідродинамічні те теплофізичні параметри парової плівки поводяться як нестаціонарні функції, які асимптотично спрямовані до своїх стаціонарних розподілів, які описані математично Бромлі [4] та Еліоном [5].

Задача вирішується з урахуванням наступних припущень: силами інерції в паровій плівці можна знехтувати порівняно із силами в'язкості та плавучості; переносом тепла і маси в паровій плівці в напрямку потоку (тобто вздовж $\tilde{x}$ – координати) можна нехтувати порівняно з тепло – і масообміном у стінці-ортогональному напрямку (тобто вздовж $\tilde{y}$ – координати); ефекти поверхневого натягу на межі розділу пара-рідина незначні.

Отже, параметри течії та тепловіддачу в паровому прошарку описуються таким чином:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+g\frac{\Delta\rho}{\rho} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \qquad (2)$$

де u – швидкість, $t$ – час, ν – кінематична в'язкість, g – сила тяжіння, ρ – густина, $T$ – темпиратура, $a$ – температуропровідність, $y$ – координата.

Усі фізичні параметри без індексів відносяться до парової фази.

Рівняння (2) є автономним щодо рівняння руху (1), і тому може бути вирішеним наступним чином: перетворимо рівняння (2) до безрозмірної форми

$$\frac{\partial\tilde{T}}{\partial\tilde{t}}=\mathrm{Pr}^{-1}\frac{\partial^2\tilde{T}}{\partial\tilde{y}^2}, \qquad (3)$$

де Pr – число Прандтля.

Рівняння (3) можна вирішити за допомогою перетворення Лапласа, що в результаті дає рішення для температури в тригонометричній формі, В результаті перетворень Лапласа розподіл температури можна представити з врахуванням безрозмірної температури.

Зв'язок між температурами $T$ і $T^*$ є

$$T^*=1-\tilde{T}=1-\tilde{y}-\frac{2}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k\sin\left(\pi\left(\tilde{y}(1+k)-k\right)\right)}{(1+k)}\exp\left(-(1+k)^2\pi^2 t^*\right), \qquad (4)$$

де $T^*=\dfrac{T-T_\infty}{\Delta T}$, $t^*=\dfrac{\tilde{t}}{\mathrm{Pr}}=\dfrac{ta}{\delta^2}$, $\delta$ – товщина парової плівки.

Рівняння (2) також можна розв'язати у автомодельній формі (групи симетрій). Задаємо інфінітезимальний генератор. Цей генератор дозволяє вивести змінну η за допомогою рівняння

$$\mathbf{V}(\eta)=2t\frac{\partial\eta}{\partial t}+y\frac{\partial\eta}{\partial y}=2t^*\frac{\partial\eta}{\partial t^*}+y\frac{\partial\eta}{\partial y}=0, \qquad (5)$$

де $\eta=\dfrac{y}{\sqrt{t^*}}$.

Отримаємо рішення у вигляді

$$T^* = 1 - \frac{\mathrm{erf}(\eta/2)}{\mathrm{erf}(\eta_\delta/2)} = 1 - \frac{\mathrm{erf}\left(\frac{y}{2}\right)}{\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{t^*}}\right)}. \quad (6)$$

Аналіз нестаціонарного розподілу температури, розрахований за рівняннями (4) та (6) показав, що для малих значень часу криві, прогнозовані рівняннями (4) та (6) практично збігаються. Потім криві, обчислені за рівнянням (4) мають тенденцію до стійких профілів швидше, ніж ті, що є результатом рівняння (6). Найбільш суттєва різниця спостерігається при $t^* \approx 0.2$. З подальшим збільшенням часу ця різниця зменшується і практично зникає при $t^* \approx 2.5$.

Беручи похідну від рівняння (4) відносно $y$ при $\tilde{y} = 0$ можна отримати рівняння для нормованого числа Нуссельта

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Nu}_0} = 1 + 2\sum_{k=0}^{\infty} \exp\left(-(1+k)^2 \pi^2 t^*\right), \quad (7)$$

де $\mathrm{Nu}_0$ є числом Нуссельта для стаціонарного режиму, $k$ – теплопровідність.

Як випливає з рівняння (7), число Нуссельта зменшується від нескінченності при $t^* = 0$ до одиниці (стаціонарний режим).

Також число Нуссельта може бути розраховане на основі автомодельного рішення (6). Похідна від (6) відносно $y$ при $y = 0$ дає

$$\overline{\mathrm{Nu}} = \left(\sqrt{\pi t^*}\,\mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{t^*}}\right)\right)^{-1}. \quad (8)$$

Очевидно, швидкість тепловіддачі зменшується з часом (рис. 1), що спричинено появою парової плівки та тимчасовою перебудовою температурних профілів, та супроводжується зменшенням градієнта температури на стінці.

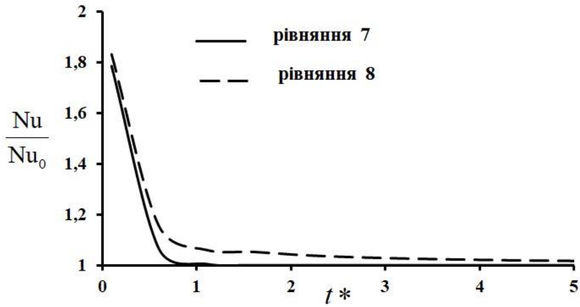


**Рис. 1. Залежність нормалізованого числа Нуссельта від безрозмірного часу *t** згідно рівняння (7) та рівняння (8)**

Отже аналітичний розв’язок задачі спонтанного переходу до плівкового кипіння кипіння на плоскій пластині дозволив отримати співвідношення для розподілу температури та чисел Нуссельта з урахуванням умов нестаціонарності. Таке аналітичне рішення є модифікацією класичної теорії нусельта на нестаціонарні режими. Виявлено, що автомодельне рішення краще підходить для малих значень часу. Рішення на основі перетворень Лапласа включає досить багато складових, тоді як автомодельне рішення дає розподіл температури в простій математичній формі.

**Література:**

1. Çengel Y. A. Heat Transfer: A Practical Approach. 2nd Edition. McGraw-Hill Education, Higher Education. 2002. P. 874.

2. Lin L., Pisano A. Thermal bubble powered microactuators, Microsyst. Technol. J. 1994. Vol.1. P. 51–58

3. Bergman Th. L., Incropera F. P., DeWitt D. P., Lavine A. S. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Seventh edition. John Wiley and Sons. 2011. P. 1048.

4. Bromley L. A. Heat transfer in stable film boiling. Chemical Engineering Progress. 1950. Vol. 46. P. 211–227.

5. Ellion M.E. A study of the mechanism of boiling heat transfer. Jet Prop. Lab. Memo. 1954. CIT 20. P. 1–88.