

ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ БАГАТОВИМІРНИХ ВЕКТОРНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ЯК АЛЬТЕРНАТИВИ КВАНТОВИМ

Різник В. В., Гладчук М. А., Талан Т. С.

ВСТУП

Стрімкий розвиток інформаційних технологій та глобальна комп'ютеризація суспільства вимагає розроблення концептуально нових підходів до швидкісного опрацювання, пересилання, збереження та цифрової обробки великих масивів даних, надійного їх пересилання каналами зв'язку, використовуючи векторні дискретні сигнали. Такі сигнали здебільшого включають дані, які змінюються за двома й більше ознаками одночасно без здійснення паралельних обчислень, тобто без залучення додаткових апаратно-програмних засобів опрацювання інформації. У випадку опрацювання багатовимірних сигналів в задачах керування рухомими об'єктами векторні сигнали є багатовимірними функціями просторових незалежних змінних, а керування цими функціями здійснюється в просторовій системі координат. Під координатами багатовимірного сигналу розуміють будь-які аргументи, на числових осях яких фіксується динаміка його зміни, що дає змогу керувати одночасно двома й більшим числом взаємопов'язаних параметрів фізичного процесу, поведінка кожної керованої координати якого визначається не лише керуючим діянням, а й усією сукупністю цих діянь у вигляді векторів керування та збурювань¹. При цьому необхідно враховувати взаємозалежність та взаємопов'язаність регульованих параметрів таких систем, складність керування якими зростає зі збільшенням кількості параметрів за квадратичною залежністю. Великий потенціал для майбутнього інформаційних технологій становлять квантові комп'ютери, але їх шлях до широкого застосування ускладнений рядом викликів, серед яких суттєвими недоліками є чутливість до шумів і впливу зовнішніх факторів, високі витрати на розробку й обслуговування через потребу в спеціалізованих матеріалах, системах охолодження та операційних середовищах, що робить квантові обчислення недоступними для більшості компаній та приватних осіб.

¹ Жук К.Д., Туник А.А., Чинаєв П.І. Багатовимірні системи автоматичного керування: Енциклопедія кібернетики/ відп. ред. В.М.Глушков, Київ: Головна редакція УРЕ, 1973. Т.1. С. 140-142.

Тому розвиток альтернативних технологій опрацювання багатовимірних масивів інформації в просторових системах координат набуває важливого значення в комп'ютерній техніці, радіотехнічних системах, обчислювальних мережах, системах зв'язку, робототехніці та інших галузях науки і техніки.

1. Аналіз методів опрацювання багатовимірних векторних сигналів

Сучасні методи цифрового опрацювання багатовимірних сигналів базуються здебільшого на використанні алгоритмів швидкого перетворення Фур'є, класів представлення багатовимірних поліномів і двовимірних FIR-фільтрів перетворення частоти². Опрацювання сигналів за цими методами опирається на використанні маніпуляцій, таких як вибірка, перетворення Фур'є на векторній основі й перетворення для стовпчиків і рядків Фур'є, фільтрація, реконструкція тощо. Обчислювальна складність згаданих методів зростає із числом вимірювань. У роботі³ досліджена мінливість та просторова еволюція клімату на основі багатовимірного просторово-часового аналізу з розкладанням часових рядів у кожній точці координатної сітки і наступним об'єднанням часової та просторової еволюцій мінливості клімату в природно розділених часових масштабах.

Алгоритми декомпозиції та реконструювання багатовимірних сигналів на основі полігармонічних вейвлет-сплайнів, дискретизації та згортки запропоновані в публікаціях^{4,5}. Стаття⁶ присвячена дослідженню подання поліноміальних функцій у вигляді багатовимірних лінійних форм, а в роботі⁷ розглядаються деякі ключові математичні, які полегшують дослідження стосовно багатовимірної вибірки і обробки сигналів, нелінійну багатовимірну фільтрацію та підходи до нелінійного

² Bose N.K. Multidimensional Sampling. *Applied Multidimensional Systems Theory*, 2017. P. 57-80. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-46825-9_3

³ Wu Z., Feng J., Qiao F. and Tan Z. Fast multidimensional ensemble empirical mode decomposition for the analysis of big spatio-temporal datasets, 2016. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol.374, Iss. 2065. URL: <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0197>

⁴ Bacchelli B., Bozzini M., Rabut C. and Varas Maria-Leonor. Decomposition and reconstruction of multidimensional signals using polyharmonic pre-wavelets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2005. Vol. 18, Iss. 3. P. 282-299. URL: <https://doi.org/10.1016/j.acha.2004.11.007>

⁵ Bacchelli B., Bozzini M. and Rabut C. A fast wavelet algorithm for multidimensional signal using polyharmonic splines. *Curves and Surfaces Fitting / A. Cohen, J.L. Merrien, L.L. Schumaker (Eds.). Saint- Malo, Nashboro Press, 2002. P. 21-30.*

⁶ Rué J. On polynomial representation functions for multivariable linear forms. *European Journal of Combinatorics*, 2013. Vol. 34, Iss. 8. P. 1429-1435. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejc.2013.05.017>

⁷ Dudgeon D.E. and Mersereau R.M. *Multidimensional Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1983. 420 p.

багатовимірного моделювання. В роботі⁸ обговорюються алгоритми опрацювання багатовимірних сигналів, які підлягають квантизації на регулярних періодичних решітках спеціального типу з відповідним фільтруванням, обчисленням дискретного перетворення Фур'є, проріджуванням та інтерполяцією. Проектування двовимірних лінійно-фазових цифрових фільтрів зі скінченною імпульсною характеристикою із одновимірних розглядається у статті⁹. Використання кардинальних полігармонічних сплайнів для багатовимірного аналізу наведено в роботах^{10,11}, де показано, що вони можуть бути використані у методі сумування для відновлення великого класу функцій експоненціального типу на множині вибірок цілочислових решіток.

В роботі¹² запропоновано поширити сингулярний розклад матриці на багатовимірні масиви, а в праці¹³ окреслено новий підхід до класифікації багатовимірних часових рядів (MTS) з двовимірною вибіркою, за яким для виділення ознак обчислюються власні вектори коваріаційних матриць рядка-рядка і стовпця-стовпця, після чого використовується класифікатор «один найближчий сусід».

Підсумовуючи результати аналітичного огляду багатовимірних векторних інформаційних технологій, можна бачити, що методи опрацювання багатовимірних сигналів ґрунтуються здебільшого на застосуванні алгоритмів швидкого перетворення Фур'є, двовимірних FIR-фільтрів перетворення частоти, використанні полігармонічних сплайнів, вейвлет-перетворень, сингулярного розкладу в багатовимірних масивах з використанням представлень багатовимірних поліномів та швидкодіючих цифрових ЕОМ, що окреслює загальну тенденцію, яка зараз складається у науковому світі стосовно перспективи розвитку багатовимірних векторних технологій.

⁸ Mersereau R. and Speake T. The processing of periodically sampled multidimensional signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1983. Vol. 31, Iss. 1. P. 188-194. URL: <https://doi.org/10.1109/tassp.1983.1164018>

⁹ Mersereau R., Mecklenbrauker W. and Quatieri T. McClellan transformations for two-dimensional digital filtering-Part I: Design. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1976. Vol. 23, Iss. 7. P. 405-414. URL: <https://doi.org/10.1109/tcs.1976.1084236>

¹⁰ Madych W.R. Polyharmonic Splines, Multiscale Analysis, and Entire Functions. *International Series of Numerical Mathematics / Internationale Schriftenreihe zur Numerischen Mathematik/ Série Internationale d'Analyse Numérique.*, 1990, P. 205-216. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-0348-5685-0_15

¹¹ Madych W.R. Spline type summability for multivariate sampling. *Analysis of Divergence*, 1999. P. 477-512. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2236-1_27

¹² Mastorakis N.E. Singular value decomposition in multidimensional arrays. *International Journal of Systems Science*, 1996. Vol. 27, Iss. 7. P. 647-650. URL: <https://doi.org/10.1080/00207729608929261>

¹³ Weng X. and Shen J. Classification of Multivariate time series using two-dimensional singular value decomposition. *Knowledge-Based Systems*, Vol. 21, Iss. 7, 2008. P. 535-539. URL: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2008.03.014>

Інший підхід базується на використанні класичної теорії комбінаторних конфігурацій¹⁴, таких як блок-схеми¹⁵, досконалі різнищеві множини^{16,17}, проєктивні площини¹⁸ та інші, а в статті¹⁹ описано метод побудови множини таких лишків в $GF(p^s)$ з обчисленням усіх ненульових елементів цього поля.

Опрацювання багатовимірних сигналів зручно здійснювати у тороїдних системах координат²⁰. Теоретичні дослідження у цій області знань вимагають ознайомлення із математичними моделями оптимального розподілу елементів у багатовимірному просторі заданих розмірів і розмірності. У монографії²¹ на основі загального теоретичного підходу (теорії ідеальних кільцевих в'язанок) розглядаються методи синтезу, перетворення, переліку та умови існування багатовимірних в'язанок із ланцюжковою і кільцевою структурами. Встановлено теоретичний зв'язок між обертовою симетрією S -го порядку та закодованою ній асиметрією у вигляді розбиття симетричного простору на n неоднакових частин, кратних натуральному ряду²². Метод ґрунтується на використанні оптимальної вагової системи двійкового n -позиційного двійкового коду з t -вимірними ваговими розрядами для опрацювання t -вимірних векторних кодових послідовностей у вигляді багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ). До кластеру ІКВ належать кільцеві n -послідовності цілочислових t -кортежів, множина значень яких, разом із множиною значень усіх модулярних сум, утворених на цих t -кортежах, покриває множину вузлових точок координатної сітки на поверхні вищезгаданого тора. На сьогоднішній день фізики-теоретики в усьому світі досліджують питання багатовимірному простору-часу як

¹⁴ Hall M.Jr. Combinatorial Theory, 2-nd Edition: Wiley-Interscience, 1998. 464 p.

¹⁵ Hughes D.R. and Piper F.C. Design Theory. Cambridge University Press, Cambridge, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney, 1985. 240 p. URL: [https://doi.org/10.1016/0012-365x\(90\)90123-y](https://doi.org/10.1016/0012-365x(90)90123-y)

¹⁶ Moore E.H. and Pollatsek H.S. Difference Sets: Connecting Algebra, Combinatorics, and Geometry. Providence, Rhode Island: American Mathematical Sociate, 2013. 298 p.

¹⁷ Singer J. Division of mathematics: perfect difference sets. Perfect difference sets. *Transactions of the New York Academy of Sciences*, 1966. Vol.28, no.7, Series II. P. 883-888. URL: <https://doi.org/10.1111/j.2164-0947.1966.tb02392.x>

¹⁸ Vajda S., Hughes D.R. and Piper F.C. Projective Planes. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 1974. Vol.137, Iss.2. P.269. URL: <https://doi.org/10.2307/2344563>

¹⁹ Rotman J. Galois Extensions. *Universitext*. Univ. of Illinois, Urbana. 1998, P.79-82 URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0617-0_15

²⁰ Woods J.W. *Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding*. Elsevier Inc., New York, 2011. P.393-413. URL: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-62200-5>

²¹ Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем: Львів: Вища школа, 1989. 168 с.

²² Riznyk V. Multi-modular Optimum Coding Systems Based on Remarkable Geometric Properties of Space. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2017.Vol. 512. P. 129-148 URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-45991-2_9

природного середовища законів фізики²³. Поруч з теоретичними дослідженнями виникає багато суто практичних застосувань багатовимірних комбінаторних конфігурацій в інформаційній геометрії²⁴, у тому числі й для розвитку багатовимірних векторних технологій як альтернативи квантовим.

2. Постановка задачі про підвищення ефективності багатовимірних векторних інформаційних технологій

Логічним продовженням питання дослідження багатовимірних просторів є постановка задачі про підвищення ефективності багатовимірних векторних інформаційних технологій. Задача полягає у скороченні кількості базових векторів для формування багатовимірних сигналів по числу фіксованих ознак у вигляді комбінацій цих векторів, множина яких перелічує множину вузлових точок просторової системи координат з відповідним числом осей та кількістю точок відліку. Математичне завдання в прямій і оберненій постановках зводиться до встановлення взаємно однозначного відображення множини потрібної кількості лінійних комбінацій множині t -вимірних векторів, утворених на мінімізованому наборі базисних векторів на t -вимірній координатній сітці.

Метод вирішення завдання ґрунтується на використанні теорії багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) для оптимізації опрацювання інформації в базисі інформаційного поля t -вимірної системи координат по числу категорій атрибутів. Під базисом розуміють підмножину множини координат t -вимірного простору, яка утворена додаванням базисних координат цього простору. Суть технології опрацювання полягає у використанні мінімальної кількості базисних координат для покриття інформаційного поля t -вимірної системи координат визначених розмірів множиною комбінаційних сум базису. Вирішення цього завдання пов'язується з розширенням можливості оптимального опрацювання інформації, використовуючи менше, як раніше, число закодованих сигналів, що дає змогу скоротити загальний час опрацювання потоків інформації завдяки кодуванню даних за списками багатьох категорій атрибутів одночасно. Комбінації утворюються послідовним додаванням базисних векторів з урахуванням відповідних модулів $m_1, m_2, \dots, m_t$, а множина цих комбінацій набуває вигляду t -вимірної координатної сітки, яка окриває поверхню $(t+1)$ -вимірного тора з просторовими розмірами $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t$.

²³ Michio Kaku. *Hyperspace: A Scientific Odyssey Through Parallel Universes, Time Warps, and the 10th Dimension*. Oxford, 1995 University Press.

²⁴ Kumar Vijay Mishra, M. Ashok Kumar, Ting-Kam Leonard Wong *Information Geometry for the Working Information Theorist*, 2023. 12 p. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.03884>

Символічна схема формування t -вимірної системи координат $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_t \sim 2^n$ для опрацювання масивів даних за t – наборами категорій атрибутів одночасно, де множина t – вимірних сигналів взаємно однозначно відповідає множині двійкових кодових комбінацій на n вагових розрядах, представлена на рис. 1.

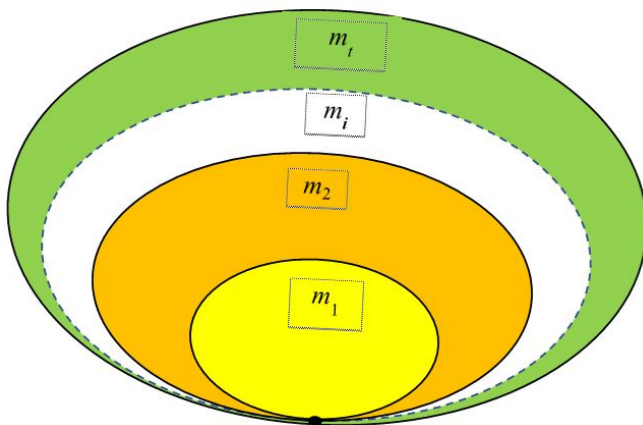


Рис. 1. Символічна схема формування t -вимірної системи координат $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_t$ для опрацювання масивів даних за t – наборами категорій атрибутів одночасно

Розглянемо математичну модель опрацювання сигналів у t -вимірній системі координат, яка має вигляд кільцевої n -послідовності t -кортежів $((k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1t}), (k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2t}), \dots, (k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{it}), \dots, (k_{n1}, k_{n2}, \dots, k_{nt}))$, де $k_{i1} \equiv k_i \pmod{m_1}$, $k_{i2} \equiv k_i \pmod{m_2}, \dots, k_{it} \equiv k_i \pmod{m_t}$. Така система координат описується параметрами $n, R, S, m_1, m_2, \dots, m_t$, де n – число базисних t – вимірних векторів, R – кількість різних способів утворення однакових кільцевих вектор-сум на базисних векторах, S – параметр, який визначається просторовими розмірами t – вимірної системи координат за модулями $m_1, m_2, \dots, m_t$.

Модель передбачає покриття множиною кільцевих сум, утворених n базисними t -кортежами, множини вузлових координат t -вимірної решітки:

$$m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = n(n-1)/R, \quad (1)$$

або

$$m_1 \times m_2 \times \dots \times m_t = n(n-1)/R+1 \quad (2)$$

Множина сум утворюються додаванням відповідних t – кортежів за комплексним модулем $(m_1, m_2, \dots, m_t)$, причому координати кожної вузлової точки можна отримати рівно R різними способами додавання базисних векторів.

В основу методу закладено принцип комбінаторної оптимізації векторної вагової системи двійкового n – позиційного коду, розрядом якого присвоєно значення цілочислових t – кортежів. Ваги розрядів обрані так, щоб множиною усіх векторних сум, утворених комбінаційним додаванням цих вагових розрядів, можна було покрити множину вузлових координат t –вимірної решітки тора. Така система координат описується параметрами $n, R, m_1, m_2, \dots, m_t$, де n – число базисних t – вимірних векторів, R – кількість різних способів утворення однакових кільцевих вектор-сум на базисних векторах.

Наприклад, якщо вхідні дані передбачено опрацьовувати за двома ($t = 2$) категоріями атрибутів, перша з яких характеризується двома ($m_1 = 2$), а друга – трьома ($m_2 = 3$) атрибутами, система координат окриває поверхню тора 2×3 зі спільною точкою відліку $(0,0)$ на кільцевих осях за двовимірними наборами координат $((1,0),(0,2),(0,1))$, множина яких, разом з множиною усіх лінійних комбінацій, утворених їх додаванням з урахуванням значень модулів, перелічує множину точкових координат цієї системи: $(1,0); (0,2); (0,1); (1,2) \equiv (1,0)+(0,2)$ $(0,0) \equiv (0,1)+(0,2); (1,1) \equiv (0,1)+(1,0)$. При цьому відкривається можливість опрацювання масивів даних одночасно з двома ($t=2$) категоріями атрибутів, один з яких може набувати двох, а другий – трьох значень. В загальному випадку число категорій і атрибутів може змінюватися під час опрацювання інформації залежно від розмірності та розмірів координатної сітки обраного базису. Опрацювання інформації здійснюється у створеному базисі з використанням n -розрядного зваженого коду, t -векторним вагам якого присвоюють значення впорядкованих елементів базису.

Приклад кодування двовимірних даних за двома категоріями атрибутів в базисі $((1,0),(0,2),(0,1))$ системи координат 2×3 на поверхні тора у вигляді 4-розрядного ($n = 4$) двовимірного коду наведено в таблиці 1.

У таблиці 1 відображено результат кодування масивів даних з двома ($t = 2$) наборами категорій атрибутів в базисі системи координат тора за допомогою двійкового коду з двовимірними ваговими розрядами $(1,0),(0,2),(0,1)$. Перше число закодованого набору вказує на один із двох ($m_1 = 2$), а друге – трьох ($m_2 = 3$) індексованих атрибутів першої і другої категорій атрибутів відповідно, що дає змогу кодувати дані за двома ($t = 2$) категоріями атрибутів одночасно.

Таблиця 1

Приклад кодування двовимірних даних за двома категоріями атрибутів в базисі $((1,0),(0,2),(0,1))$ системи координат 2×3 на поверхні тора у вигляді 4-розрядного ($n=4$) двовимірного коду

№	Кодування даних за двома ($t=2$) категоріями атрибутів				
	Категорії атрибутів		Ваги розрядів двовимірного ($t=2$) векторного коду в базисі $((1,0),(0,2),(0,1))$ системи координат 2×3 на поверхні тора		
	1	2	(1,0)	(0,2)	(0,1)
1	0	0	0	1	1
2	0	1	0	0	1
3	0	2	0	1	0
4	1	0	1	0	0
5	1	1	1	0	1
6	1	2	1	1	0

Для опрацювання даних з більшим числом категорій атрибутів обирають базиси, які породжують системи просторових координат з потрібними геометричними характеристиками. Наприклад, для опрацювання даних з трьома ($t = 3$) категоріями атрибутів доцільно обрати базис $((0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1), (0,1,0))$, який утворює 3-вимірну ($t = 3$) систему координат $2 \times 3 \times 5$ на поверхні 4-вимірного тора для формування 3-вимірного двійкового коду (Таблиця 2).

Таблиця 2 ілюструє можливість кодування з подальшим опрацюванням тривимірних масивів даних з трьома ($t = 3$) наборами категорій атрибутів у створеному базисі просторової системи координат $2 \times 3 \times 5$ з використанням шестирозрядного ($n = 6$) зваженого коду, t -векторним вагам якого присвоєні значення елементів базису. При цьому вхідні дані передбачено опрацьовувати за трьома категоріями атрибутів, перша з яких характеризується двома ($m_1 = 2$), друга – трьома ($m_2 = 3$), а третя п'ятьма ($m_3 = 3$) атрибутами. Елементи базису тут обрані так, щоб множина із шести ($n = 6$) послідовно впорядкованих за кільцевою схемою 3-наборів координат $((0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1), (0,1,0))$, разом з множиною усіх лінійних комбінацій, утворених послідовним їх додаванням з урахуванням числових значень ($m_1 = 2$), ($m_2 = 3$), ($m_3 = 5$) модулів, вичерпувала множину координат цієї системи.

Таблиця 2

Приклад кодування даних за трьома ($t=3$) категоріями атрибутів в базисі $((0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1), (0,1,0))$ системи координат $2 \times 3 \times 5$ на поверхні тора для формування 3-вимірного двійкового коду

№	Кодування даних за трьома ($t=3$) категоріями атрибутів								
	Категорії атрибутів			Ваги розрядів тривимірного ($t=3$) векторного коду в базисі $((0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1), (0,1,0))$ системи координат $2 \times 3 \times 5$					
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1
2	0	0	1	0	0	1	1	1	0
3	0	0	2	0	1	1	1	0	0
4	0	0	3	1	0	0	0	0	1
5	0	0	4	0	0	0	1	1	1
6	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7	0	1	1	0	0	1	1	1	1
8	0	1	2	1	0	0	1	1	1
9	0	1	3	1	1	1	0	1	1
10	0	1	4	0	0	0	1	1	0
11	0	2	0	1	1	1	1	0	0
12	0	2	1	0	0	0	0	1	1
13	0	2	2	0	0	1	0	0	0
14	0	2	3	1	0	0	0	0	0
15	0	2	4	0	0	0	1	1	1
16	1	0	0	1	1	0	0	0	0
20	1	0	1	1	1	1	1	1	
21	1	0	2	1	1	1	0	0	1
22	1	0	3	0	0	0	1	0	0
23	1	0	4	0	1	1	0	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
31	1	2	4	1	1	0	1	1	1

У цьому прикладі система здатна обробляти масиви даних одночасно з трьома ($t = 3$) категоріями атрибутів, один з яких може набувати двох ($m_1 = 2$), другий – трьох ($m_2 = 3$), а третій – п'ятьох ($m_3 = 5$) значень.

В загальному випадку число категорій і атрибутів може змінюватися під час опрацювання інформації залежно від розмірності та розмірів координатної сітки обраного базису. Серед переваг векторних інформаційних технологій, які ґрунтуються на використанні оптимальної системи n – позиційного двійкового коду з t -вимірними ваговими розрядами²², слід відзначити здатність обробки великих обсягів інформації без використання додаткових обчислювальних процедур та апаратно-технічних засобів. Крім того, опрацювання даних у просторовій системі координат з оптимізацією базових векторів

за кільцевою схемою характеризується високою надійністю завдяки використанню завадостійкого самокоректувального коду, який автоматично виявляє і виправляє помилкові кодові сигнали за ознакою появи більше однієї монолітної послідовності однойменних символів, а також вищою обчислювальною потужністю завдяки здатності виконувати більший набір операцій за окреслений час.

З таблиці 2 випливає, що векторний код переважає стандартний за обсягом кількості інформації, яку він здатний опрацювати протягом фіксованого часу. Темпи зростання обчислювальної потужності комп'ютерних систем збільшуються в рази завдяки використанню t -вимірних векторних кодів для опрацювання t -наборів індексованих даних одночасно.

ВИСНОВОК

Опрацювання багатовимірних масивів інформації, що здійснюється в базисі t -вимірної системи координат, дає змогу оптимізувати процедури, пов'язані з їх кодуванням, пересиланням, збереженням, реконструкцією, шифруванням тощо. Оптимізація полягає у розширенні просторового поля системи координат завдяки використанню комбінаційних вектор-сум, утворюваних на множині фіксованої кількості базових векторів. Математична модель опрацювання інформації у багатовимірній системі координат віддзеркалює взаємно однозначне відображення множини потрібної кількості лінійних комбінацій t -вимірних векторів, утворених на мінімізованому наборі базисних векторів, множині векторів на t -вимірній координатній сітці. В основі методу вирішення завдання використано теорію багатовимірних ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ), що дало змогу застосовувати векторні інформаційні технології для опрацювання масивів даних з багатьма категоріями атрибутів в базисі просторової системи координат. Розроблено векторну інформаційну технологію опрацювання масивів даних у просторовому полі систем координат з використанням оптимальних багатовимірних кодів, сформованих в базисі цієї системи. Множина всіх дозволених двійкових комбінацій оптимального векторного коду взаємно однозначно відповідає множині координат вузлових точок просторової системи відліку наборів категорій атрибутів. Векторні комп'ютерні системи вигідно відрізняється від існуючих обчислювальних мереж меншим використанням машинного часу та пам'яті завдяки опрацюванню інформації з багатьма категоріями атрибутів одночасно, тобто без додаткових обчислювальних операцій.

АНОТАЦІЯ

Квантові обчислювальні системи мають великий потенціал для майбутнього інформаційних технологій, але їх шлях до широкого застосування ускладнений рядом викликів, серед яких суттєвими недоліками є чутливість до шумів і впливу зовнішніх факторів, що вимагає високих витрат на їх розробку й обслуговування через потребу в спеціалізованих матеріалах, системах охолодження та операційних середовищах. На основі дослідження геометричних властивостей багатовимірних просторів окреслено напрям розвитку багатовимірних векторних інформаційних технологій як альтернативи квантовим. Для цього використані унікальні геометричні властивості багатовимірних комбінаторних конфігурацій нового класу – «ідеальних кільцевих в'язанок» (ІКВ). На основі ІКВ розроблено математичну модель кодування векторних даних в базисі багатовимірних систем координат у вигляді просторової сітки, множині вузлових точок якої взаємно однозначно відповідає множина комбінаторних сум базисних векторів цієї системи координат. В свою чергу, множина всіх дозволених кодових комбінатій взаємно однозначно відповідає множині координат усіх вузлових точок багатовимірної системи відліку векторів, число яких збігається з кількістю комбінаторних вектор-сум, утворених на оптимізованих наборах базових векторів типу ІКВ-конфігурацій. Опрацювання даних у цій базі може здійснюватися завадостійким самокоректувальним кодом, який виявляє і виправляє помилки автоматично за ознакою появи більше однієї монолітної послідовності однойменних символів. Досліджено векторний код переважає стандартний за обсягом кількості інформації, яку він здатний опрацьовувати протягом фіксованого часу. Темпи зростання обчислювальної потужності комп'ютерних систем збільшуються в рази завдяки використанню t – вимірних векторних кодів для опрацювання t -наборів індексованих даних одночасно. Теоретично існує нескінченно багато базисів, які породжують численні різновиди множин координат багатовимірних просторів. Розширення сфери застосування векторних кодів дає змогу створювати нові пристрої і системи комп'ютерної техніки, радіоелектроніки, зв'язку, робототехніки та інших галузей науки і техніки. Використання оптимальних векторних кодів для опрацювання масивів даних відкриває нові перспективи для розвитку векторних інформаційних технологій і векторної комп'ютерної інженерії як альтернативи квантовим.

Література

1. Жук К.Д., Тунік А.А., Чинаєв П.І. Багатовимірні системи автоматичного керування: Енциклопедія кібернетики/ відп. ред. В.М. Глушков, Київ: Головна редакція УРЕ, 1973. Т. 1. С. 140–142.
2. Bose N.K. Multidimensional Sampling. *Applied Multidimensional Systems Theory*, 2017. P.57-80. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-46825-9_3
3. Wu Z., Feng J., Qiao F. and Tan Z. Fast multidimensional ensemble empirical mode decomposition for the analysis of big spatio-temporal datasets, 2016. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 374, Iss. 2065. URL: <https://doi.org/10.1098/rsta.2015.0197>
4. Bacchelli B., Bozzini M., Rabut C. and Varas Maria-Leonor. Decomposition and reconstruction of multidimensional signals using polyharmonic pre-wavelets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2005. Vol. 18, Iss. 3. P. 282-299. URL: <https://doi.org/10.1016/j.acha.2004.11.007>
5. Bacchelli B., Bozzini M. and Rabut C. A fast wavelet algorithm for multidimensional signal using polyharmonic splines. *Curves and Surfaces Fitting/ A. Cohen, J.L. Merrien, L.L. Schumaker (Eds.). Saint-Malo, Nashboro Press, 2002. P. 21-30.*
6. Rué J. On polynomial representation functions for multivariable linear forms. *European Journal of Combinatorics*, 2013. Vol. 34, Iss. 8.P. 1429-1435. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejc.2013.05.017>
7. Dudgeon D.E. and Mersereau R.M. Multidimensional Digital Signal Processing. Englewood Cliffs NJ: Prentice-Hall, 1983. 420 p.
8. Mersereau R. and Speake T. The processing of periodically sampled multidimensional signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1983. Vol. 31, Iss. 1. P. 188-194. URL: <https://doi.org/10.1109/tassp.1983.1164018>
9. Mersereau R., Mecklenbrauker W. and Quatieri T. McClellan transformations for two-dimensional digital filtering-Part I: Design. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1976. Vol. 23. Iss. 7. P. 405-414. URL: <https://doi.org/10.1109/tcs.1976.1084236>
10. Madych W.R. Polyharmonic Splines, Multiscale Analysis, and Entire Functions. *International Series of Numerical Mathematics / Internationale Schriftenreihe zur Numerischen Mathematik / Série Internationale d'Analyse Numérique.*, 1990, P. 205-216. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-0348-5685-0_15

11. Madych W.R. Spline type summability for multivariate sampling. *Analysis of Divergence*, 1999. P. 477-512. URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2236-1_27
12. Hall M.Jr. Combinatorial Theory, 2-nd Edition: Wiley Mastorakis N.E. Singular value decomposition in multidimensional arrays. *International Journal of Systems Science*, 1996. Vol. 27, Iss. 7. P.647-650. URL: <https://doi.org/10.1080/00207729608929261>
13. Weng X. and Shen J. Classification of Multivariate time series using two-dimensional singular value decomposition. *Knowledge-Based Systems*, Vol. 21, Iss. 7, 2008. P. 535-539. URL: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2008.03.014>
14. Hall M.Jr. Combinatorial Theory, 2-nd Edition: Wiley-Interscience, 1998. 464 p.
15. Hughes D.R. and Piper F.C. Design Theory. Cambridge University Press, Cambridge, New York, New Rochelle, Melbourne, Sidney, 1985. 240 p. URL: [https://doi.org/10.1016/0012-365x\(90\)90123-y](https://doi.org/10.1016/0012-365x(90)90123-y)
16. Moore E.H. and Pollatsek H.S. Difference Sets: Connecting Algebra, Combinatorics, and Geometry. Providence, Rhode Island: American Mathematical Sociate, 2013. 298 p.
17. Singer J. Division of mathematics: perfect difference sets. Perfect difference sets. *Transactions of the New York Academy of Sciences*, 1966. Vol. 28, no.7, Series II. P. 883-888. URL: <https://doi.org/10.1111/j.2164-0947.1966.tb02392.x>
18. Vajda S., Hughes D.R. and Piper F.C. Projective Planes. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, 1974. Vol. 137, Iss. 2. P.269. URL: <https://doi.org/10.2307/2344563>
19. Rotman J. Galois Extensions. *Universitext*. Univ. of Illinois, Urbana. 1998, P.79-82 URL: https://doi.org/10.1007/978-1-4612-0617-0_15
20. Woods J.W. Multidimensional Signal, Image, and Video Processing and Coding. Elsevier Inc., New York, 2011. P. 393-413. URL: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-62200-5>
21. Пізник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем: Львів: Вища школа, 1989. 168 с.
22. Riznyk V. Multi-modular Optimum Coding Systems Based on Remarkable Geometric Properties of Space. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2017. Vol. 512. P. 129-148 URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-45991-2_9
23. Michio Kaku. Hyperspace: A Scientific Odyssey Through Parallel Universes, Time Warps, and the 10th Dimension. Oxford, 1995 University Press.

24. Kumar Vijay Mishra, M. Ashok Kumar, Ting-Kam Leonard Wong
Information Geometry for the Working Information Theorist, 2023. 12 p.
URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.03884>

Information about the authors:

Riznyk Volodymyr Vasyljovych,

Doctor of Technical Sciences,
Professor at the Department of Automated Control Systems
Lviv Polytechnic National University
12, Stepan Bandera str., Lviv, 79013, Ukraine

Hladchuk Maksym Andriiovych

PhD student at the Department of Automated Control Systems
Lviv Polytechnic National University
12, Stepan Bandera str., Lviv, 79013, Ukraine

Talan Theodor Serhiovych

Student at the Faculty of Applied Sciences
Ukrainian Catholic University
17, Svetsitsky str., Lviv, 79011, Ukraine